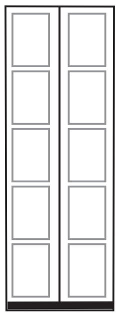
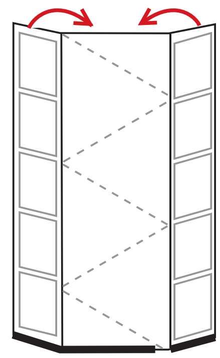
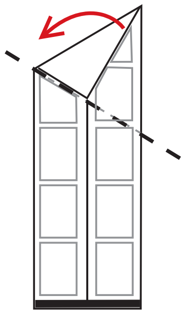


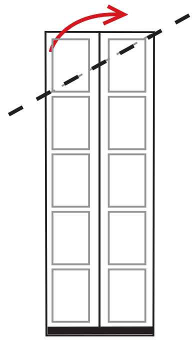
Rückseite nach vorne



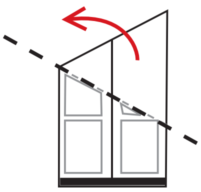
nach hinten knicken



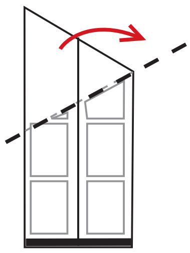
nach vorne knicken



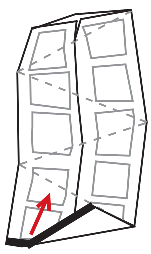
nach vorne knicken



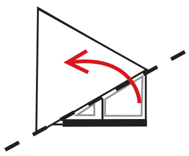
nach vorne knicken



nach vorne knicken

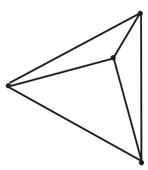


Das untere Ende …

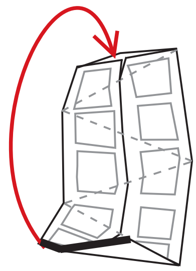


nach vorne knicken
und wieder auffalten

… fertig ist der
reguläre Tetraeder.



ohne Schere
ohne Klebstoff



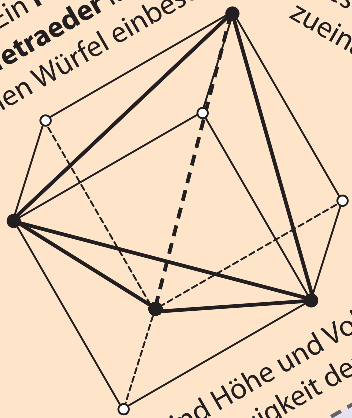
… oben in die Lasche
stecken und

…r Tetraeder
…ttrop aufgebaut?

- Was sind Tetraederzahlen?
- Was versteht man unter dem Sierpinski-Tetraeder?

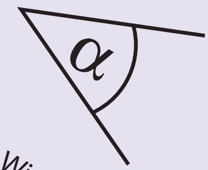
Tipp

Ein **regelmäßiger Tetraeder** lässt sich in einen Würfel einbeschreiben.

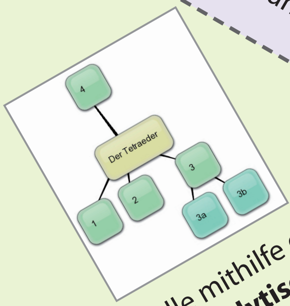


Bestimme die Abstände zueinander windschiefer Kanten!

- Wie groß sind Höhe und Volumen des Tetraeders in Abhängigkeit der Kantenlänge $a$?



- Welchen Winkel $\alpha$ schließen die Begrenzungsflächen eines regelmäßigen Tetraeders ein?
- Welchen Winkel $\beta$ schließt eine Kante mit der gegenüberliegenden Fläche ein?
- Die Verbindungsstrecken zwischen dem Tetraedermittelpunkt und zwei Ecken schließen den sogenannten **Tetraederwinkel** $\tau$ ein. Wie groß ist dieser? Welche Bedeutung hat der Tetraederwinkel in der **Chemie**?



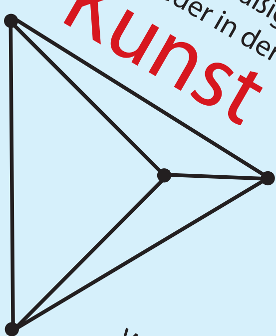


- Erstelle mithilfe des **Mathespickers Analytische Geometrie** ISBN 978-3-940838-15-5 **wissenschaft-design.de** eine Übersicht zum Thema Tetraeder!

3,50 €

- Unter **bubbl.us** und **cmap.ihmc.us** findest du freie Software zum Erstellen von Lernlandkarten. Viel Spaß!

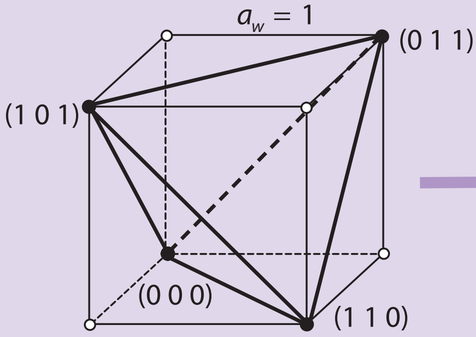
Der regelmäßige Tetraeder in der **Kunst**

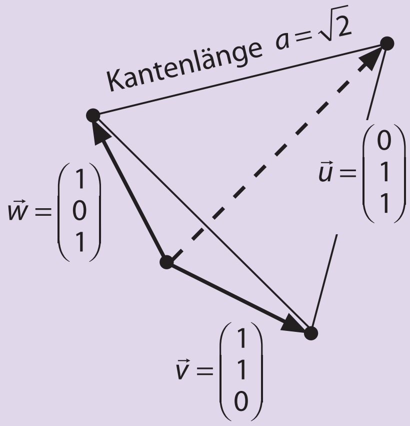


- Wie ist der Tetraeder von Bottrop aufgebaut?


- Was sind Tetraederzahlen?
- Was versteht man unter dem Sierpinski-Tetraeder?

# Der regelmäßige Tetraeder–Lösungsvorschlag




Tetraedervolumen: 1/3 des Würfelvolumens

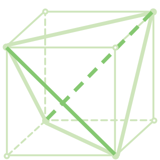
$$V_{Tetraeder} = \frac{1}{3} \cdot a_W^3 = \frac{1}{3}\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$$

## Normalenvektoren

$$\vec{n}_{w,u} = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix} \qquad \vec{n}_{v,u} = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix} \qquad \vec{n}_{w,v} = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$$

## Hesse-Normalenform dreier Begrenzungsebenen

$$E_{w,u}: \ -\frac{x_1}{\sqrt{3}} - \frac{x_2}{\sqrt{3}} + \frac{x_3}{\sqrt{3}} = 0 \qquad E_{v,u}: \ \frac{x_1}{\sqrt{3}} - \frac{x_2}{\sqrt{3}} + \frac{x_3}{\sqrt{3}} = 0 \qquad E_{w,v}: \ -\frac{x_1}{\sqrt{3}} + \frac{x_2}{\sqrt{3}} + \frac{x_3}{\sqrt{3}} = 0$$



**d(g,g')**

### Abstand windschiefer Kanten

... berechnet man über senkrechte Projektion (oder sieht man in der Abb.):

$$\vec{z} = \vec{v} - \vec{w} = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}$$

$$\vec{u} \times \vec{z} = \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\0\\0\end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$d = \vec{n}^0 \circ (\vec{A} - \vec{A}') =$$

$$\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \circ \left(\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\right) = 1$$

Da hier $a = \sqrt{2}$, gilt allgemeiner:

$$d = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$\alpha$

### Winkel

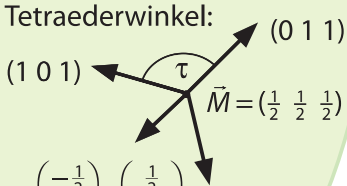
... zwischen benachbarten Flächen:

$$\cos\alpha = \left| \frac{\vec{n}_{w,u} \circ \vec{n}_{v,u}}{|\vec{n}_{w,u}| \cdot |\vec{n}_{v,u}|} \right| = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha \approx 70{,}53°$$

... zwischen einer Kante und der gegenüberliegenden Fläche:

$$\sin\beta = \left| \frac{\vec{v} \circ \vec{n}_{w,u}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{n}_{w,u}|} \right| = \frac{2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} \Rightarrow \beta \approx 54{,}74°$$

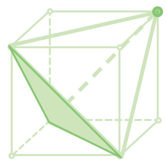
... Tetraederwinkel:




$$\cos\tau = \frac{\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}}{3/4} = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \tau \approx 109{,}47°$$

**d(P,E)**



### Höhe

... ist der Abstand des Punktes (0 1 1) von der Ebene $E_{w,v}$.

$$h = -\frac{0}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

Da hier $a = \sqrt{2}$, gilt allgemeiner:

$$h = \frac{2}{3}\sqrt{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{3} a$$

Tipp

Lassen Sie Ihre Schüler nach dem Vorbild des *Mathespickers Analytische Geometrie* Präsentationen zum Thema „Tetraeder“ erstellen.

Freie Software zum Erstellen von Advance Organizers (Lernlandkarten) finden Sie auf den Seiten **bubbl.us** und **cmap.ihmc.us**.


Der regelmäßige Tetraeder – Ein Unterrichtsprojekt zur praktischen Anwendung des ***Mathespickers Analytische Geometrie***, ISBN: 978-3-940838-15-5, Preis: 3,50 €.
Umseitig: Kopiervorlage mit Falzanleitung und Arbeitsaufträgen.
**wissenschaft-design.de**