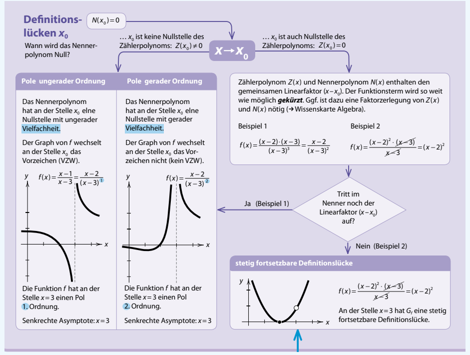
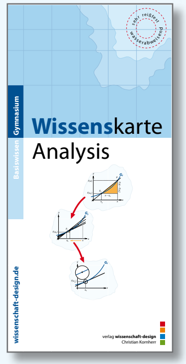


Wissenskarte Analysis

Basiswissen Gymnasium, ISBN 978-3-940838-13-1

Die gesamte Analysis auf einer Landkarte im Format DIN A1.

Die Wissenskarte präsentiert die zentralen Themen Grenzwertrechnung, Differenzial- und Integralrechnung in 27 übersichtlichen Lernkästen. Der Leser kann sich anhand von Pfeilen auf der Wissenskarte orientieren, Zusammenhänge selbst erforschen und die Theorie nach den Regeln der Lernpsychologie effektiv im Grundwissen verankern. So eignet sich die Wissenskarte ideal für die **Prüfungsvorbereitung in der Oberstufe** oder für Studienanfänger zum **Auffrischen des Abiturstoffs**.



1. Aufgaben zur Ableitung

Leiten Sie ab!

Bestimmen Sie die erste Ableitung der Funktionen

a) $f(x)=x^3-x^2+2$

b) $f(x)=2x^3-5x$

c) $f(x)=ax^4+2x^3+a$

d) $f(x)=(x^2+4)\cdot x$

e) $f(x)=\sqrt{x}+2e^x$

f) $f(x)=(1+2e^x)\cdot x$

g) $f(x)=3e^{-x}$

h) $f(x)=(x+1)^2$

i) $f(x)=3\cdot(2x+1)^2$

j) $f(x)=\sqrt{2x-1}$

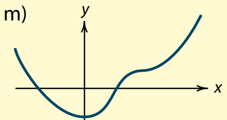
k) $f(x)=\dfrac{2}{(9+2x)^2}$

l) $f(x)=2x\sin x\cdot\cos x$

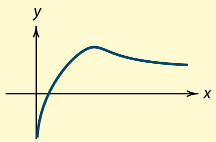
Graphisches Ableiten

Skizzieren Sie den Graphen $G_{f'}$ der ersten Ableitung!

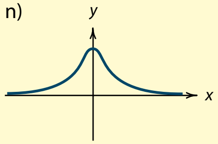
m)



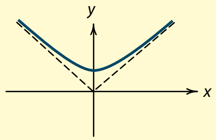
o)



n)



p)



Vom Term $f(x)$ zum Schaubild G_f

Skizzieren Sie den Funktionsgraphen G_f!

q) $f(x)=-\frac{1}{2}(x-1)^2+1$

r) $f(x)=-(x-1)(x+1)$

s) $f(x)=(x-1)(x+1)(x-2)$

t) $f(x)=2e^{-x}$

u) $f(x)=3-2e^{-x}$

v) $f(x)=3-2e^{-2x}$

3. „Steckbriefaufgaben“

>> Lösungen zu „1. Aufgaben zur Ableitung“ auf Seite 2

Übersetzungstafel

Beispiel: Polynom 3. Grades	$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $f'(x)=3ax^2+2bx+c$ $f''(x)=6ax+2b$
$P(4\|5)$ liegt auf G_f	$\Rightarrow 5=f(4)$
G_f hat Hoch/Tiefpunkt $P(2\|\ldots)$	$\Rightarrow f'(2)=0$
G_f hat Terrassenpunkt $P(2\|\ldots)$	$\Rightarrow f'(2)=0 \wedge f''(2)=0$
G_f berührt x-Achse in $x=2$	$\Rightarrow f(2)=0 \wedge f'(2)=0$
G_f hat in $P(2\|\ldots)$ Steigung 3	$\Rightarrow f'(2)=3$
G_f ist achsensymmetrisch zur y-Achse	$\Rightarrow f(x)=bx^2+d$
G_f ist punktsymmetrisch zum Ursprung	$\Rightarrow f(x)=ax^3+cx$

Geraden, Tangenten und Normalen

3a Ermitteln Sie die Gleichung der Geraden durch die Punkte $P(1|3)$ und $Q(2|4)$!

3b Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente und die Gleichung der Normalen im Punkt $P(1|\ldots)$ an den Graphen der Funktion f mit $f(x)=3x^2-5x+1$.

3c Gegeben sei die Funktion f mit $f(x)=x^2+4x+4$. Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente, die parallel ist zur Geraden g: $y=4x-1$.

Ganzrationale Funktionen

3d Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel durch die Punkte $P(-1|4)$ und $Q(0|2)$ und $R(1|1)$!

3e Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel mit dem Hochpunkt $P(1|3)$ und dem Achsenschnittpunkt $Q(0|2)$!

3f Der Graph einer Funktion 3. Grades hat im Ursprung einen Wendepunkt und den Hochpunkt $P(-2|2)$. Bestimmen Sie $f(x)$!

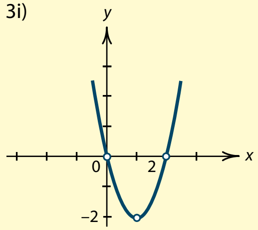
3g Der Graph einer Funktion 3. Grades schneidet die y-Achse in $P(0|4)$, berührt die x-Achse in $B(-3|0)$ und schneidet sie im Punkt $C(4|0)$. Bestimmen Sie $f(x)$!

3h Der Graph einer Funktion 3. Grades geht durch den Punkt $P(0|4)$ und hat den Wendepunkt $W(-1|1)$. Die Wendetangente hat die Steigung -1. Bestimmen Sie $f(x)$!

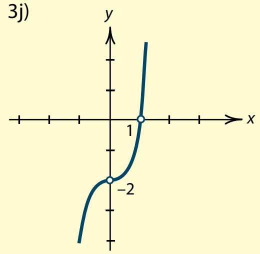
Vom Schaubild G_f zum Term $f(x)$

Bestimmen Sie zu den angegebenen Graphen einen möglichen Funktionsterm $f(x)$!

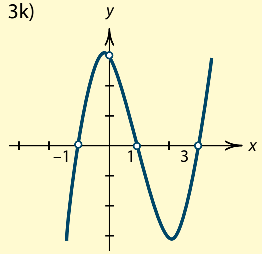
3i)



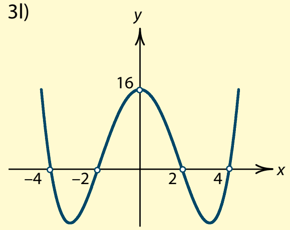
3j)



3k)



3l)



Lösungen

1. Aufgaben zur Ableitung

a) $f(x)=x^3-x^2+2$

$f'(x)=3x^2-2x$

b) $f(x)=2x^3-5x$

$f'(x)=6x^2-5$

c) $f(x)=ax^4+2x^3+a$

$f'(x)=4ax^3+6x^2$

d) $f(x)=x\cdot(x^2+4)$

$f'(x)=1\cdot(x^2+4)+x\cdot 2x=3x^2+4$

alternativ: $f(x)=x^3+4x \Rightarrow f'(x)=3x^2+4$

e) $f(x)=x^{\frac{1}{2}}+2e^x$

$f'(x)=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}+2e^x=\frac{1}{2\sqrt{x}}+2e^x$

f) $f(x)=(1+2e^x)\cdot x$

$f'(x)=2e^x\cdot x+(1+2e^x)\cdot 1=1+2e^x+2xe^x$

g) $f(x)=3\cdot e^{\boxed{-x}}$

$f'(x)=3\cdot e^{\boxed{-x}}\cdot(-1)=-3e^{-x}$

h) $f(x)=(\boxed{x+1})^2$

$f'(x)=2\cdot(\boxed{x+1})\cdot 1=2x+2$

i) $f(x)=3\cdot(\boxed{2x+1})^2$

$f'(x)=3\cdot 2\cdot(\boxed{2x+1})\cdot 2=24x+12$

j) $f(x)=\sqrt{\boxed{2x-1}}=(\boxed{2x-1})^{\frac{1}{2}}$

$f'(x)=\frac{1}{2}(\boxed{2x-1})^{-\frac{1}{2}}\cdot 2=\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$

k) $f(x)=\frac{2}{(9+2x)^2}=2\cdot(\boxed{9+2x})^{-2}$

$f'(x)=2\cdot(-2)\cdot(\boxed{9+2x})^{-3}\cdot 2=-\frac{8}{(9+2x)^3}$

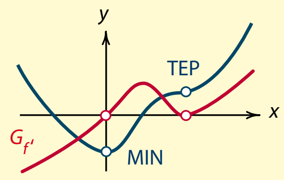
l) $f(x)=2x\sin x\cdot\cos x$

$f'(x)=(2x\sin x)'\cdot\cos x+2x\sin x\cdot(-\sin x)=$

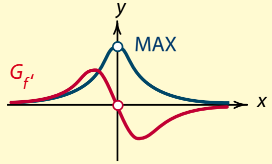
$(2\cdot\sin x+2x\cdot\cos x)\cdot\cos x-2x\cdot\sin^2 x=$

$2\sin x\cos x+2x\cdot\cos^2 x-2x\sin^2 x$

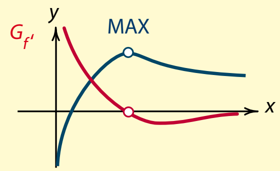
m)



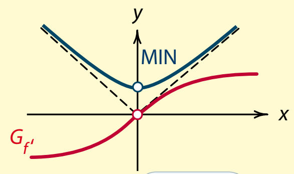
n)



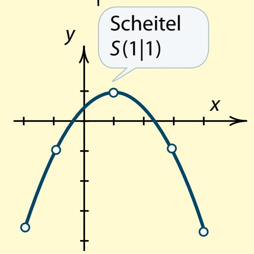
o)



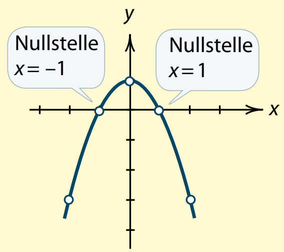
p)



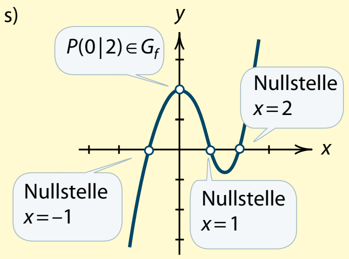
q)



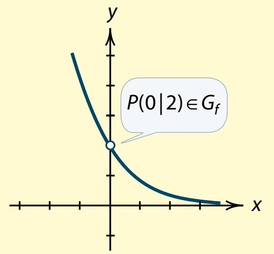
r)



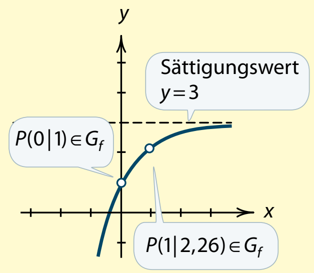
s)



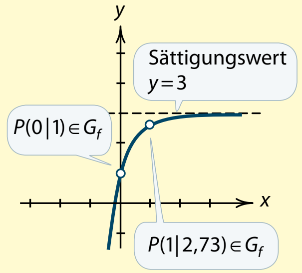
t)

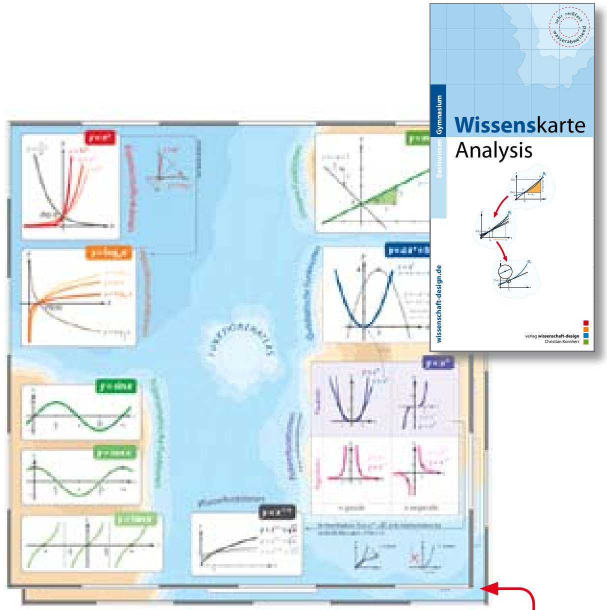


u)



v)





Wissenskarte Analysis

Basiswissen Gymnasium

ISBN 978-3-940838-13-1

Besonders hilfreich für Schüler und Studierende ist ein umfangreicher **Funktionenatlas** (60cm x 60cm) mit den in Oberstufe und Studium vorausgesetzten Funktionentypen. Der Funktionenatlas zeigt nicht nur die Schaubilder der Funktionen mit ihren charakteristischen Eigenschaften. Modifikationen des Funktionsterms, wie sie bei Verschiebungen, Spiegelungen und Streckungen auftreten, werden ebenso diskutiert wie symmetrische Spezialfälle ganzrationaler Funktionen, Kurvenscharen und Vieles mehr.

Im Aufgabenteil sind zur Selbstkontrolle die wichtigsten Musteraufgaben mit **ausführlichen Lösungen** im Überblick zusammengestellt.